

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ ОСОБЕННОСТЬ МОДЕЛИРОВАНИЯ 3D-ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ

Марченко Л. К., аспирант; Пузик Р. В., студент

Общеизвестные гидродинамические особенности (ГО) позволяют моделировать 2D потоки. Для расчета пространственных течений в проточной части гидравлической машины в качестве ГО можно взять винтовую линию.

Рассмотрим общий случай, когда в жидкости находится вихревая линия произвольной формы (рис.1). Если выделить на этой линии элемент длиной ds и взять в жидкости, окружающей вихрь, точку M на расстоянии l от элемента ds то скорость, вызванная элементом вихря ds в точке M , в векторной записи, будет иметь вид

$$dv = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{[l \times ds]}{l^3}, \quad (1)$$

где $[l \times ds]$ есть векторное произведение векторов l и ds , Γ – удвоенная интенсивность вихря.

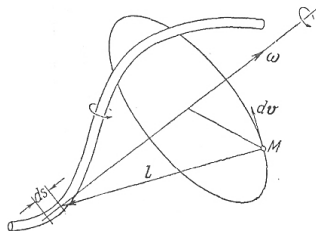


Рисунок 1 – Действие элемента вихря на частицу жидкости, находящуюся в точке M

Уравнение (1) в проекциях на оси координат будет иметь вид

$$\begin{cases} v_x = \frac{1}{2\pi} \iiint_{(V)} \left(\omega_y \frac{z-\zeta}{l^3} - \omega_z \frac{y-\eta}{l^3} \right) d\xi d\eta d\zeta, \\ v_y = \frac{1}{2\pi} \iiint_{(V)} \left(\omega_z \frac{x-\xi}{l^3} - \omega_x \frac{z-\zeta}{l^3} \right) d\xi d\eta d\zeta \\ v_z = \frac{1}{2\pi} \iiint_{(V)} \left(\omega_x \frac{y-\eta}{l^3} - \omega_y \frac{x-\xi}{l^3} \right) d\xi d\eta d\zeta. \end{cases} \quad (2)$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, – компоненты угловой скорости вращения частицы, V – объем жидкости, в котором имеется вращение частиц, x, y, z ; ξ, η, ζ – координаты точки с материальной частицей m , координаты точки, в которой сосредоточена единица массы соответственно.

Для моделирования течения жидкости в проточной части (ПЧ) гидравлической машины удобно взять винтовую линию, обладающую такими свойствами: 1) касательные к винтовой линии образуют постоянный угол с некоторым неизменным направлением; 2) главная нормаль к винтовой линии во всех ее, точках совпадает с нормалью к цилиндру, на котором эта винтовая линия начерчена; 3) в случае кругового цилиндра винтовая линия имеет постоянную кривизну и постоянное кручение; 4) винтовые линии суть геодезические линии цилиндра.

Ее можно представить как гипотенузу прямоугольного треугольника, катет которого, навит на сечение кругового цилиндра. Параметрическое уравнение винтовой линии будет иметь вид

$$x = a \cos t, \quad y = a \sin t, \quad z = amt \quad (3)$$

где x, y, z – координаты переменной точки на винтовой линии, m – тангенс острого угла прямоугольного треугольника t – параметр, a – радиус цилиндра.

Таким образом, скорость от винтовой линии можно представить как сумму скоростей индуцируемых бесконечным прямолинейным вихрем, моделирующего плоское течение и кольцевым вихрем, моделирующем осесимметричное течение

$$v_x = \frac{\Gamma r_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{r_0 - r \sin \vartheta \sin \theta - r \cos \vartheta \cos \theta}{l^3} d\theta, \quad v_y = \frac{\Gamma r_0 x}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\cos \theta}{l^3} d\theta, \quad (4)$$

$$v_z = \frac{\Gamma r_0 x}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\sin \theta}{l^3} d\theta,$$

где r, ϑ – цилиндрические координаты рассматриваемой точки в пространстве, r_0, θ – радиус вихревого кольца и полярный угол элемента ds .

Предлагаемый подход к моделированию пространственного потока реализован при проектировании проточной части центробежного насоса.

Работа выполнена под руководством профессора Косторного С. Д.

Сучасні технології у промисловому виробництві : матеріали науково-технічної конференції викладачів, співробітників, аспірантів і студентів факультету технічних систем та енергоефективних технологій, м. Суми, 23-26 квітня 2013 р.: у 2-х ч. / Ред.кол.: О.Г. Гусак, В.Г. Євтухов. - Суми : СумДУ, 2013. - Ч.2. - С. 73-74.